

BAB 2

PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL DAN IRASIONAL SATU VARIABEL

Kompetensi Dasar (KD)

3.2. Menjelaskan dan Menyelesaikan Pertidaksamaan Rasional dan Irasional Satu Variabel

4.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan Rasional dan Irasional satu variable

MATERI

A. Pertidaksamaan Pecahan

Pertidaksamaan pecahan, merupakan pertidaksamaan yang memiliki pembilang dan penyebut, dimana penyebutnya memuat variable. Bentuk umum dari pertidaksamaan rasional (pecahan) sebagai berikut:

$$\frac{f(x)}{g(x)}, \text{ dengan } g(x) \neq 0$$

Untuk menyelesaikannya ada beberapa langkah, yaitu:

- 1) Ruas kanan harus dijadikan nol.
- 2) Ruas kiri dibuatkan pecahan yang paling sederhana.
- 3) Carilah angka (harga) pembuat nol untuk pembilang dan penyebutnya.
- 4) Simpan angka (harga) pembuat nol pada garis bilangan, serta tentukan tandanya "+" atau "-" nya.
- 5) Tentukan penyelesaiannya.

Contoh soal 1:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $\frac{x+7}{x-4} \leq 0$!

Alternative penyelesaian

Perhatikan langkah²nya yang ada pada kotak berwarna merah

$$\Leftrightarrow \frac{x+7}{x-4} \leq 0 \quad (\text{langkah pertama sudah, karena ruas kanan sudah bernilai nol})$$

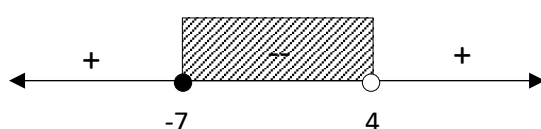
$$\Leftrightarrow \frac{x+7}{x-4} \leq 0 \quad (\text{langkah kedua sudah, karena ruas kiri sudah menjadi pecahan yang paling sederhana})$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+7}{x-4} \leq 0 \quad (\text{langkah ketiga, mencari angka (harga) } x \text{ untuk pembilang dan penyebut, berapakah angka (harga } x \text{) sehingga } x + 7 = 0, x - 4 = 0)$$

$$\Leftrightarrow x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -7 \quad (-7, \text{ adalah angka (harga) pembuat nol untuk pembilang})$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \quad (4, \text{ adalah angka (harga) pembuat nol untuk penyebut})$$

Langkah berikutnya simpan -7 dan 4 pada garis bilangan



\therefore penyelesaian $-7 \leq x < 4$
(dibaca x lebih dari atau samadengan -7 kurang dari 4).

Untuk tanda "+" atau "-" tentukan salah satu angka setelah 4, lalu substitusikan ke $\frac{x+7}{x-4} \leq 0$, hasil pembagiannya bernilai "+" atau "-" simpan tandanya disebelah kanan angka 4, untuk tanda selanjutnya biasanya bergantian/berselingan. Sedangkan untuk daerah hasil kembali ke soal apa yang diinginkan soal. Pada kasus ini adalah " \leq ", maka yg diarsir yg bertanda "--", sedangkan bulatan hitam dan kosong juga kembali ke soal, kecuali untuk penyebut harus kosong, karena berkaitan dengan syarat ketentuan $g(x) \neq 0$

Contoh soal 2:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan pecahan $\frac{3}{x-1} \leq \frac{2}{2x+3}$

Alternative penyelesaian

Perhatikan kembali langkah-langkah penyelesaiannya!

Jawab

$$\frac{3}{x-1} \leq \frac{2}{2x+3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x-1} - \frac{2}{2x+3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{x-1} \times \frac{2x+3}{2x+3}\right) - \left(\frac{2}{2x+3} \times \frac{x-1}{x-1}\right) \leq 0$$
 (ruas kanan dijadikan nol)
(sederhanakan ruas kiri dengan cara menyamakan penyebutnya) sehingga menjadi

$$\Leftrightarrow \frac{6x+9-2x+2}{(x-1)(2x+3)} \leq 0$$

(Pembilang dikali pembilang, penyebut dikali penyebut), lalu selesaikan suku yang sejenis untuk pembilang. sehingga

$$\Leftrightarrow \frac{4x+11}{(x-1)(2x+3)} \leq 0$$

(cari nilai pembuat nol untuk pembilang dan penyebut) lalu hasilnya letakan pada garis bilangan

\Leftrightarrow Pembilang

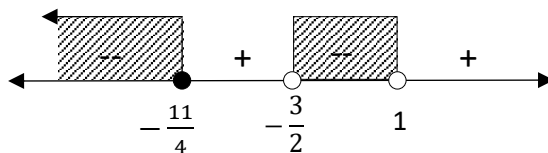
$$4x+11=0 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{4}$$

\Leftrightarrow Penyebut

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

$$2x+3=0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Buatkan garis bilangan dan cari tanda "+" dan "-" nya!



\therefore himpunan penyelesaiannya adalah $\{x \mid x \leq -\frac{11}{4} \text{ atau } -\frac{3}{2} < x < 1\}$

B. Pertidaksamaan Bentuk Akar

Pertidaksamaan bentuk akar adalah pertidaksamaan yang variabelnya berada di dalam tanda akar, pertidaksamaan ini dapat diselesaikan dengan cara mengkuadratkan kedua ruasnya. Namun masih ada syarat tambahannya yang tidak boleh dilewatkan, yaitu:

1. yang ada di dalam tanda akar harus bernilai positif atau ≥ 0
2. hasil penarikan akar harus bernilai positif atau ≥ 0

Contoh soal 1:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $\sqrt{4x+1} \geq 5$!

Alternative penyelesaian

$$\sqrt{4x+1} \geq 5$$

(kuadratkan kedua ruas), ruas kiri hilangkan tanda akarnya, sehingga

$$\Leftrightarrow 4x+1 \geq 5^2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 1 \geq 25 \quad (\text{sekarang kedua ruas dikurangi 1), sehingga menjadi}$$

$$\Leftrightarrow 4x \geq 24$$

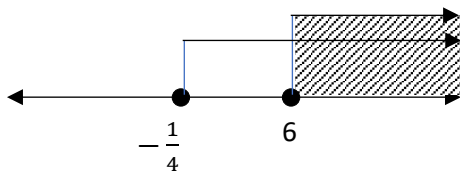
$$\Leftrightarrow x \geq \frac{24}{4} \dots\dots\dots (1) \quad (\text{cari nilai } x), \text{ diperoleh } x \geq 6$$

Syarat yang ada dalam tanda akar:

$$\Leftrightarrow 4x + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$$

Buatkan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaiannya



Jadi, daerah penyelesaiannya: $x \geq 6$

Contoh soal 2:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $\sqrt{8x + 3} \geq \sqrt{5x + 6}$!

Alternative penyelesaian

$$\Leftrightarrow \sqrt{8x + 3} \geq \sqrt{5x + 6} \quad (\text{kuadratkan kedua ruas), sehingga menjadi}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 3 \geq 5x + 6 \quad (\text{tanda akarnya tinggal dibuang) lalu pindah ruaskan atau langsung operasikan suku yang sejenis, sehingga}$$

$$\Leftrightarrow 3x \geq 3$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1 \quad \text{diperoleh: } x \geq 1$$

Syarat akar:

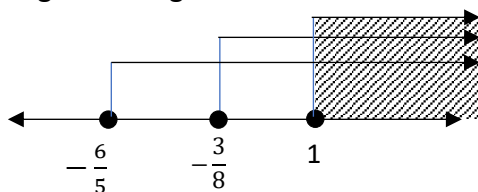
$$\Leftrightarrow 8x + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{8} \quad (\text{syarat akar ruas kiri})$$

$$\Leftrightarrow 5x + 6 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{6}{5} \quad (\text{syarat akar ruas kanan})$$

Buatkan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaiannya



Jadi, daerah penyelesaiannya: $x \geq 1$

Demikian penjelasan BAB 2 Pertidaksamaan Rasional dan Irasional Satu Variabel, selanjutnya kalian silakan pelajari di LKS