

BAB 3
SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL
(SPLTV)

Kompetensi Dasar (KD)

3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variable dari masalah kontekstual

4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga Variable

A. Menyusun dan menemukan Konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sebelum ke bagaimana cara menyusun model matematika dari Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel, mari kita kenali dulu apa itu Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel, yang selanjutnya kita sebut SPLTV.

SPLTV adalah Sekelompok persamaan matematika yang terdiri atas 3 persamaan linear yang juga masing-masing persamaanya memiliki tiga variable dan saling berkaitan. Disebut persamaan linear karena setiap persamaannya memiliki pangkat tertinggi satu.

- Bentuk Umum dari SPLTV seperti terlihat di bawah ini:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

a_i, b_i, c_i , dan d_i untuk $i=1, 2, 3$ merupakan bilangan sebenarnya atau nyata.

Keterangan:

a_i, b_i, c_i = koefisien

x, y, z = variable

d_i = konstanta

Contoh:

Terdapat persamaan sebagai berikut:

$$2x + y + z = 6; \quad p - q + 3r = 4; \quad 3x + 2y - z = 7$$

Apakah ketiga persamaan di atas dapat disebut sistem persamaan linear tiga variable?

Jawab:

$$2x + y + z = 6 \dots\dots\dots(i)$$

$$p - q + 3r = 4 \dots\dots\dots(ii)$$

$$3x + 2y - z = 7 \dots\dots\dots(iii)$$

Perhatikan dengan teliti ketiga persamaan di atas

Persamaan (i) memiliki tiga variable yaitu x, y , dan z

Persamaan (ii) memiliki tiga variable yaitu p, q , dan r

Persamaan (iii) memiliki tiga variable yaitu x, y , dan z

Meskipun ketiga persamaan di atas memiliki tiga variable setiap barisnya, namun persamaan (ii) memiliki variable yang berbeda dengan persamaan (i) dan (iii), hal ini TIDAK dapat dikatakan SPLTV karena TIDAK saling berhubungan, atau salah satu persamaanya memiliki variable yang berbeda.

- Cara menyusun SPLTV atau model matematika

Contoh 1:

Santi membeli 3 buah buku, 2 buah pensil, dan 1 buah penghapus seharga Rp. 15.000.

Alternatif penyelesaian

Jika soal di atas dibuatkan model matematikanya, maka pertama-tama buat pemisalan terlebih dahulu

Misal: Buku = x (dalam hal ini huruf (variabel) boleh apa saja tidak harus x, y, atau z)
 Pensil = y
 Penghapus = z

Maka model matematikanya menjadi seperti berikut:

$$3x + 2y + z = 15000$$

Contoh 2:

Jumlah uang Rani, Santi, dan Sari adalah Rp. 150.000. Jumlah uang Rani dan Santi Rp. 30.000 kurang dari dua kali uang Sari. Jumlah uang Rani dan Sari Rp. 30.000 lebih dari dua kali uang Santi. Buatlah Model matematikanya!

Alternatif penyelesaian

Misal : Uang Rani = p
 Uang Santi = q
 Uang Sari = r

Model matematikanya:

$$\begin{cases} p + q + r = 150000 & \dots\dots\dots(i) \\ p + q = 2r - 30000 & \dots\dots\dots(ii) \Leftrightarrow p + q - 2r = -30000 \\ p + q = 2r + 30000 & \dots\dots\dots(iii) \Leftrightarrow p - 2q + r = 30000 \end{cases}$$

sehingga sistem persamaannya sbb:

$$\begin{cases} p + q + r = 150000 \\ p + q - 2r = -30000 \\ p - 2q + r = 30000 \end{cases}$$

B. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Untuk menyelesaikan SPLTV, kita harus mencari nilai dari ketiga variabel yang ada. Sedikitnya ada tiga metode penyelesaian SPLTV, yaitu:

1. Metode Substitusi (pengganti)
2. Metode Eliminasi (menghilangkan salah satu variabel)
3. Metode gabungan (substitusi dan eliminasi)
4. Metode Determinan

Penting:

Dalam menyelesaikan SPLTV menggunakan Metode Substitusi, pertama kali harus menentukan persamaan mana yang akan diubah menjadi persamaan baru (biasanya yang paling sederhana) dan variabel apapun yang akan ditinggal di ruas kiri, dan ini akan berpengaruh kepada panjang dan tidaknya penyelesaian.

Mari berlatih!

a) Metode Substitusi (pengganti)

Contoh soal:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \dots\dots (i) \\ 2x - y - z = 4 \dots\dots (ii) \\ x + 2y + 3z = 1 \dots\dots(iii) \end{cases}$$

alternatif penyelesaian

ubahlah salah satu persamaan yang dianggap sederhana menjadi persamaan baru, dalam persoalan di atas yg akan di ubah adalah persamaan (i)

$$x + y + z = 2 \quad (\text{menjadi})$$

$$z = -x - y + 2 \dots\dots (iv) \quad (\text{ini adalah pers baru hasil perubahan, diperoleh nilai } z \text{ yang baru})$$

substitusikan pers (iv) ke pers (ii)

$$2x - y - z = 4 \dots\dots(ii) \quad (\text{variabel } z \text{ diganti oleh nilai } z \text{ yang baru } (-x - y + 2)) \text{ sehingga}$$

$$2x - y - x - y + 2 = 4 \quad (\text{operasikan setiap suku yg sama) sehingga}$$

$$x - 2y + 2 = 4 \quad (\text{tinggalkan } x \text{ di ruas kiri, sementara yang lainnya}$$

pindahruaskan)

$$x = 2y + 2 \dots\dots (v) \quad (\text{terbentuk persamaan}(v))$$

substitusikan pers (v) ke pers (iii)

$$x + 2y + 3z = 1 \dots\dots(iii) \quad (\text{ganti variabel } x, \text{ oleh nilai } x \text{ yang baru } (2y + 2)) \text{ sehingga}$$

$$2y + 2 + 2y + 3z = 1 \quad (\text{operasikan setiap suku yg sama) sehingga}$$

$$4y + 3z = -1 \dots\dots (vi) \quad (\text{terbentuk persamaan } (vi))$$

Substitusikan pers (iv) ke pers (vi)

$$4y + 3z = -1 \dots\dots (vi) \quad (\text{ganti nilai } z \text{ oleh nilai } z \text{ yang baru } (-x - y + 2)) \text{ sehingga}$$

$$4y + 3(-x - y + 2) = -1 \quad (\text{operasikan) sehingga terbentuk persamaan baru}$$

$$4y - 3x - 3y + 6 = -1$$

$$y - 3x = -5$$

$$y = 3x - 5 \dots\dots (vii) \quad (\text{persamaan baru atau nilai } y \text{ yang baru})$$

substitusikan pers (vii) ke pers (v)

$$x = 2y + 2 \dots\dots (v) \quad (\text{ganti variabel } y, \text{ dengan nilai } y \text{ yang baru } (y = 3x - 5))$$

$$x = 2(3x - 5) \quad (\text{operasikan sehingga diperoleh nilai salah satu variabel})$$

$$x = 6x - 10$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

Nilai x sudah diperoleh yaitu 2, dan dapat disubstitusikan ke persamaan (vii)

Masukan nilai x ke persamaan (vii)

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3(2) - 5$$

$$y = 1$$

Nilai x dan y sudah diperoleh yaitu 2 dan 1, dan dapat disubstitusikan ke persamaan (iv) untuk mencari nilai z

$$z = -x - y + 2$$

$$z = -2 - 1 + 2$$

$$z = -1$$

jadi penyelesaiannya adalah $x = 2$, $y = 1$, dan $z = -1$

Coba lagi

masih menggunakan soal yang sama, namun yang akan diubah persamaan (ii):

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \dots\dots\dots (i) \\ 2x - y - z = 4 \dots\dots\dots (ii) \\ x + 2y + 3z = 1 \dots\dots\dots (iii) \end{cases}$$

jawab

$$2x - y - z = 4$$

$-z = -2x + y + 4$ (supaya "z" tidak bernilai negatif, kalikan dengan -1), sehingga

$$z = 2x - y - 4 \dots\dots\dots (iv)$$

substitusikan pers (iv) ke pers (i)

$$x + y + z = 2 \dots\dots\dots (i) \quad (\text{ganti } z \text{ dengan nilai } z \text{ yang baru) sehingga menjadi}$$

$$x + y + 2x - y - 4 = 2 \quad (\text{operasikan setiap sukunya})$$

$$3x - 4 = 2$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \quad (\text{diperoleh nilai } x = 2)$$

substitusikan pers (iv) ke pers (iii)

$$x + 2y + 3z = 1 \dots\dots\dots (iii) \quad (\text{ganti } z \text{ dengan nilai } z \text{ yang baru) sehingga menjadi}$$

$$x + 2y + 3(2x - y - 4) = 1 \quad (\text{operasikan setiap sukunya})$$

$$7x - y = 13 \quad (\text{terbentuk persamaan baru})$$

$$-y = 7x + 13 \quad (\text{kalikan dengan } -1 \text{ supaya "y" tidak bernilai negatif})$$

$$y = 7x - 13 \dots\dots\dots (vi)$$

Substitusikan nilai x ke pers (vi)

$$y = 7x - 13 \dots\dots\dots (vi) \quad (\text{ganti } x \text{ dengan nilai } x \text{ yang baru yaitu } 2)$$

$$y = 7(2) - 13 \quad (\text{operasikan) sehingga diperoleh}$$

$$y = 1$$

substitusikan nilai x dan nilai y ke pers (i) atau pers yang lainnya

$$x + y + z = 2 \dots\dots\dots (i)$$

$$2 + 1 + z = 2$$

$$z = 2 - 3$$

$$z = -1$$

jadi penyelesaiannya $x = 2$, $y = 1$, dan $z = -1$

Kalian dapat mencoba sendiri **METODE SUBSTITUSI** dengan soal-soal yang ada dalam LKS
(Selamat Mencoba)