

BAB I
PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN
NILAI MUTLAK LINEAR SATU VARIABEL

Evaluasi Materi yang lalu

A. Konsep Nilai Mutlak

Setelah kalian mempelajari video pembelajaran tentang konsep nilai mutlak, ditemukan masih ada beberapa siswa yang keliru dalam pemahaman nilai mutlak terutama dalam membuat bentuk definisi

• **Ini merupakan evaluasi atau penguatan materi bagian A**

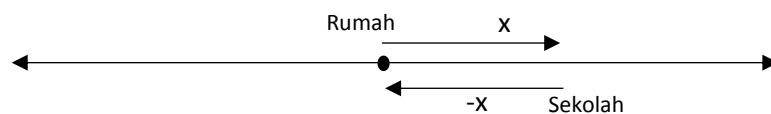
Perlu diketahui dan diingat, bahwa konsep nilai mutlak erat kaitannya dengan “JARAK”, untuk menyatakan jarak maka nilainya pasti tidak akan bernilai Negatif,

Contoh:

Jarak dari rumah ke sekolah x km, begitupun sebaliknya

Jarak dari sekolah ke rumah $-x$ km, kenapa ada tanda Negatifnya, Kita anggap $-x$ itu mundur/kembali.

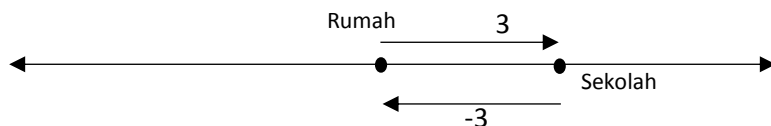
Dikarenakan berkaitan dengan jarak harus menggunakan konsep nilai mutlak maka penulisan x harus di apit oleh tanda mutlak $|\dots|$ atau $|x|$; $|-x|$ meskipun x nya positif, karena sudah menggunakan tanda mutlak maka hasilnya tidak ada lagi yang bernilai negatif. Jika di buat dalam garis bilangan terlihat seperti berikut:



Jika dioperasikan maka bentuknya seperti berikut:

$$|x| + |-x| = x + x = 2x$$

Jika x kita ganti dengan angka, misal x kita ganti dengan 3, maka gambar dan operasinya terlihat seperti berikut:



$$|3| + |-3| = 3 + 3 = 6$$

Jadi jarak dari rumah ke sekolah dan kembali lagi ke rumah adalah 6 km

Definisi dari nilai mutlak sbb:

$ x $	$\left\{ \begin{array}{l} X, \text{ untuk } X \geq 0 \text{ (sisi kanan dari 0)} \\ -X, \text{ untuk } X < 0 \text{ (sisi kiri dari 0)} \end{array} \right.$
-------	--

Dapat diartikan: Nilai mutlak suatu bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri, sedangkan nilai mutlak dari suatu bilangan negatif adalah kebalikan atau lawan dari bilangan negatif.

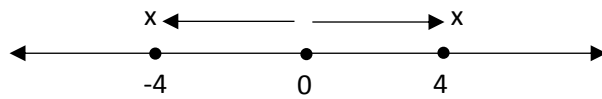
Misal :

$$|5| = 5 \text{ dibaca nilai mutlak dari 5 sama dengan 5}$$

$$|-5| = 5 \text{ dibaca nilai mutlak dari negatif 5 sama dengan 5}$$

Contoh:

$|x| = 4$ ini artinya x berjarak 4 dari 0, x tersebut bisa positif bisa negatif. Jika digambarkan dalam garis bilangan sbb:



- Tambahan Bagian A.

Membuat Grafik Fungsi Nilai Mutlak

Berikut gambar grafik dari fungsi

$$f(x) = \begin{cases} X, & \text{untuk } X \geq 0 \text{ (sisi kanan dari 0)} \\ -X, & \text{untuk } X < 0 \text{ (sisi kiri dari 0)} \end{cases}$$

bentuk dari fungsi $f(x)$ tersebut di atas artinya berjarak x dari 0, karena tidak disebutkan berapa jaraknya maka kita boleh menentukan sendiri jaraknya, misal x berjarak 4 ke arah kanan dari 0 dan berjarak 4 ke arah kiri dari 0, maka langkah pertama buat tabel.

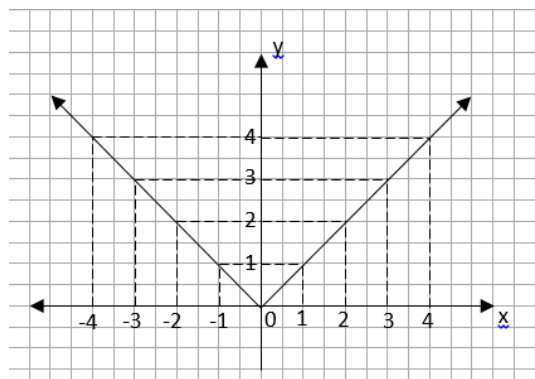
Langkah 1

Menuliskan nilai x , berjarak 4 ke kanan dari 0, dan berjarak 4 ke kiri dari 0

X	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x) = x $	4	3	2	1	0	1	2	3	4
(x, y)	(-4,4)	(-3,3)	(-2,2)	(-1,1)	(0,0)	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)

Langkah 2

Menempatkan titik potong sb x dan sb y kedalam koordinat kartesius, yang diperoleh dari tabel/langkah 1



Demikian Evaluasi dan tambahan materi bagian A tentang Konsep Nilai Mutlak, mudah-mudahan dapat dipahami.

MATERI SELANJUTNYA

B. Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

1. Menyelesaikan Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel dengan **Menggunakan Definisi Nilai Mutlak** yang sudah dipelajari di bagian A.

a. Misal diketahui Persamaan linear nilai mutlak sbb:

$$|x - p| = q$$

Maka untuk mendefinisikan seperti bentuk di atas dapat ditulis sbb:

$$|x - p| = \begin{cases} x - p, & \text{untuk } x \geq p \text{ atau } x - p \geq 0 \\ -x + p, & \text{untuk } x < p \text{ atau } x - p < 0 \end{cases}$$

b. Misal diketahui persamaan linear nilai mutlak sbb:

$$|ax + b| = c$$

Untuk menyelesaikan bentuk seperti di atas, maka berlaku sifat-sifat persamaan nilai mutlak

- 1) Jika $|ax + b| = c$, dan c bernilai positif atau $c \geq 0$, maka berlaku salah satu sifat berikut:

a) $ax + b = c$, untuk $x \geq -\frac{b}{a}$, sisi positif

b) $-(ax + b) = c$, untuk $x \leq -\frac{b}{a}$, sisi negatif

- 2) Jika $|ax + b| = c$, dan c bernilai negatif atau $c < 0$, maka tidak ada bilangan x yang memenuhi persamaan tersebut atau tidak ada penyelesaian.

Contoh Soal:

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|x - 3| = 2$!

Alternatif penyelesaian

Buatkan definisinya

$$|x - 3| = \begin{cases} x - 3, & \text{untuk } x \geq 3 \text{ atau } x - 3 \geq 0 \\ -x + 3, & \text{untuk } x < 3 \text{ atau } x - 3 < 0 \end{cases}$$

Sehingga:

a. Untuk $x < 3$

$$\begin{aligned} -x + 3 = 2 & \Leftrightarrow -x + 3 - 2 = 2 - 2 && \text{(kedua ruas dikurangi 2) sehingga menjadi} \\ & \Leftrightarrow -x + 1 = 0 && \text{(kedua ruas dikurangi 1) sehingga menjadi} \\ & \Leftrightarrow -x = -1 && \text{(kedua ruas dikali dengan -1) sehingga hasilnya} \\ & \Leftrightarrow x = 1 && \text{(jadi x nilainya 1 untuk } x < 3) \end{aligned}$$

Memenuhi persamaan karena $x = 1$ bernilai kurang dari 3

b. Untuk $x \geq 3$

$$\begin{aligned} x - 3 = 2 & \Leftrightarrow x - 3 - 2 = 2 - 2 && \text{(kedua ruas dikurangi 2) sehingga menjadi} \\ & \Leftrightarrow x - 5 = 0 && \text{(kedua ruas ditambah 5) sehingga menjadi} \\ & \Leftrightarrow x = 5 && \text{(jadi x nilainya 5 untuk } x \geq 3) \end{aligned}$$

Memenuhi persamaan karena $x = 5$ bernilai lebih dari 3

Sehingga nilai x yang memenuhi adalah 1 dan 5

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $|x + 1| + |x + 3| = 6$!
 alternatif penyelesaian
 dengan menggunakan definisi nilai mutlak, maka diperoleh

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1, & \text{untuk } x \geq -1 \text{ atau } x + 1 \geq 0 \\ -x - 1, & \text{untuk } x < -1 \text{ atau } x + 1 < 0 \end{cases}$$

$$|x + 3| = \begin{cases} x + 3, & \text{untuk } x \geq -3 \text{ atau } x + 3 \geq 0 \\ -x - 3, & \text{untuk } x < -3 \text{ atau } x + 3 < 0 \end{cases}$$

Sehingga untuk menyelesaikan persamaan di atas, ada tiga kemungkinan syarat x , yaitu $x \geq -1$, $-3 \leq x < -1$, atau $x < -3$

- a. Untuk $x < -1$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (-x - 1) + (-x - 3) &= 6 && \text{(jumlahkan } x \text{ dengan } x, -1 \text{ dan } -3) \text{ sehingga diperoleh} \\ \Leftrightarrow -2x - 4 &= 6 && \text{(tambahkan kedua ruas dengan 4) sehingga diperoleh} \\ \Leftrightarrow -2x &= 10 && \text{(cari nilai } x) \text{ sehingga hasilnya} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{10}{-2} \\ \Leftrightarrow x &= -5 \end{aligned}$$

Memenuhi persamaan karena $x = -5$ berada di bawah -1

- b. Untuk $-3 \leq x < -1$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x + 3) + (-x - 1) &= 6 && \text{(jumlahkan } x \text{ dengan } x, 3 \text{ dan } -1) \text{ sehingga diperoleh} \\ \Leftrightarrow 2 &= 6 && \text{(ini merupakan pernyataan yg salah)} \end{aligned}$$

Sehingga untuk syarat $-3 \leq x < -1$, nilainya tidak memenuhi persamaan karena menghasilkan pernyataan yg salah

- c. Untuk $x \geq -3$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x + 3) + (x + 1) &= 6 && \text{(jumlahkan } x \text{ dengan } x, 3 \text{ dan } 1) \text{ sehingga diperoleh} \\ \Leftrightarrow 2x + 4 &= 6 && \text{(kurangi kedua ruas dengan 4) sehingga diperoleh} \\ \Leftrightarrow 2x &= 2 && \text{(cari nilai } x) \text{ sehingga hasilnya} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2}{2} \\ \Leftrightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

Memenuhi persamaan karena $x = 1$ berada di wilayah $x \geq -3$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{-5, 1\}$

Demikian penjelasan untuk menyelesaikan Persamaan nilai mutlak linear satu variable semoga bermanfaat dan dipahami.